SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

SF Education

Соотношение риска и доходности инвестиций

Спикер: Егор Вакарюк, CFA

Концепция стоимости денег во времени

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

- Рассмотрим базовые принципы теории портфельных инвестиции
- Обсудим, как диверсификация позволяет снизить риски инвестиционного портфеля без снижения его доходности
- Обсудим модели прогнозирования доходности, в том числе модель оценки капитальных активом (CAPM)
- Рассмотрим концепции соотношения риска и доходности, обсудим, как и почему эти концепции связаны между собой

Меры доходности инвестиций

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Доходность за периода владения (HPR, holding period return) — это просто процентное изменение стоимости инвестиции за период владения, включая промежуточные поступления и платежи

$HPR = (P_1 — P_0 + D_1)/P_0$

Где:

P_0 — первоначальные инвестиции

P_1 — цена актива в конце периода

D_1 — выплата промежуточных доходов (купоны, дивиденды)

Арифметическая доходность представляет собой простое среднее значение доходностей за период владения:

$$арифметическая_доходность = \frac{(R_1 + R_2 + ... + R_n)}{n}$$

Меры доходности инвестиций (Продолжение)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Среднегеометрическая доходность представляет собой годовую ставку с учетом сложного процента:

$$среднегеометрическая_доходность = \sqrt[n]{(1+R_1)\times(1+R_2)\ldots(1+R_n)} - 1$$

Доходность, взшенная по деньгам, или IRR инвестиционного портфеля — это внутренняя норма доходности инвестиционного портфеля, рассчитаная на всех его притоках и оттоках денежных средств

Прочие меры доходности инвестиций

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Валовая доходность представляет собой **общую доходность** от портфеля ценных бумаг до вычета комиссий за управление и администрирование

Чистая доходность определяется как доходность после вычета комиссий за управление и администрирование

Номинальная доходность до уплаты налогов определяется как доходность до уплаты налогов

Номинальная доходность после уплаты налогов определяется как доходность после уплаты налогов

Реальная доходность – это номинальная доходность, скорректированная с учетом инфляции!

Основные классы активов

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Результаты для различных рынков по всему миру аналогичны: классы активов с наибольшей средней доходностью также имеют самые высокие риски (стандартное отклонение доходности):

Временной период	Актив	Средняя арифметическая	Стандартное отклонение
01.02.1998-01.06.2016	Доллар США	17,5%	52,8%
25.08.1997-01.06.2016	Золото	29,60%	52,50%
30.12.2002-01.06.2016	Гособлигации	9,60%	9,70%
01.01.2002-01.06.2016	Корп. Облигации	11%	7,70%
01.09.1997-01.06.2016	Индекс ММВБ	33,4%	67%
янв. 1995-март 2016	Депозит	13,70%	15,80%

Источник: Schweser Notes, Kaplan

Меры риска инвестиций

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Дисперсия множества

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \mu)^2}{N}$$

Дисперсия выборки

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

Ковариация между **доходностью** двух активов:

$$Cov_{1,2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\left(R_{t,1} - \overline{R_1}\right)\left(R_{t,2} - \overline{R_2}\right)\right\}}{n-1}$$

Корреляция:

$$\rho_{1,2} = \frac{Cov_{1,2}}{\sigma_1 \sigma_2}$$

Отношение инвесторов к риску

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

- Инвестор, **не склонный к риску**, — это просто тот, кто не любит риск (т. е. предпочитает меньший риск большему риску). Если инвестору предстоит выбрать из двух инвестиций, которые имеют одинаковую ожидаемую доходность, инвестор, не склонный к риску, выберет ту, которая имеет меньший риск (меньшее стандартное отклонение, σ)

- Инвестор, **ищущий риск** (любящий риск), на самом деле предпочитает больший риск меньшему и, при равной ожидаемой доходности, выберет более рискованную инвестицию

- Инвестор, **нейтральный к риску**, не имеет предпочтений в отношении риска и ему будет **безразлично**, какую из двух инвестиций выбрать для вложения собственного капитала

Доходность портфеля

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Если доходность двух рискованных активов совершенно положительно коррелирует, ρ = + 1, то квадратный корень из дисперсии, то есть стандартное отклонение портфеля, равно:

$$\sigma_{portfolio} = \sqrt{Var_{portfolio}} = w_1\sigma_1 + w_2\sigma_2$$

Пример 1 – Расчет доходности портфеля

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Рассмотрим два рискованных актива, дисперсия доходности которых составляет 0.0625 и 0.0324, соответственно. Стандартные отклонения доходности активов в таком случае составляют 25% и 18%, соответственно

Рассчитайте дисперсию и стандартные отклонения доходности портфеля для равновзвешенного портфеля двух активов, когда корреляция их доходностей равна 1, 0,5, 0 и -0,5

R_p ; σ_p

$R_p = w_1 R_1 + w_2 R_2$ (не зависит от корреляции, ρ)

$\sigma_p^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2 w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho$

Пример 1 – Решение

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

ρ	σ_p
1	21.5%
0.5	18.7%
0	15.4%

$\rho = 1$

$\sigma_{1p} = w_1\sigma_1 + w_2\sigma_2 = 0.5 \times 25\% + 0.5 \times 18\% = 12.5\% + 9\% = 21.5\%$

$\rho = 0.5$

$\sigma_p^2 = 0.5^2 \times 0.0625 + 0.5^2 \times 0.0324 + 2 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.25 \times 0.18 \times 0.5 =$

$= 0.015625 + 0.0081 + 0.01125 = 0.034975$ $\quad \sigma_p = 18.7\%$

$\rho = 0$

$\sigma_p^2 = 0.5^2 \times 0.0625 + 0.5^2 \times 0.0324 + 0 = 0.023755$ $\quad \sigma_p = 15.40\%$

$\rho = -1$

-0.0225

$\sigma_p^2 = 0.015625 + 0.0081 + 2 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.25 \times 0.18 \times (-1) =$

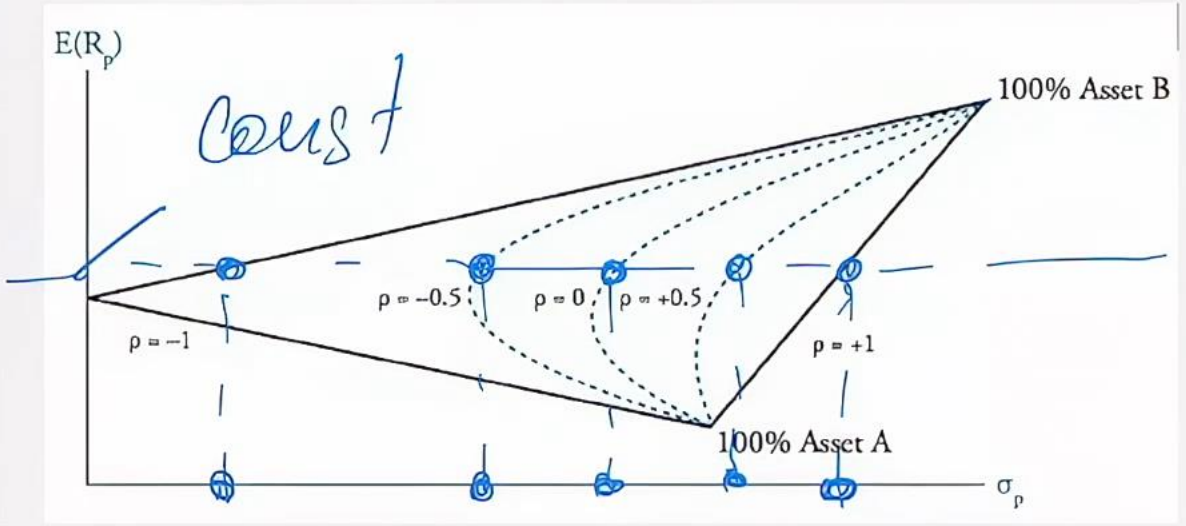
$= 0.001225$ $\quad \sigma_p = 3.5\%$

Соотношение риска и доходности портфеля

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Из проведенного анализа должны быть очевидны преимущества снижения риска при инвестировании в активы с низкой корреляцией доходности. Желание **снизить риск** — вот что заставляет инвесторов инвестировать не только в отечественные акции, но и в облигации, иностранные акции, недвижимость и другие активы!

Соотношение риска и доходности портфеля с активами с **различной корреляцией**:



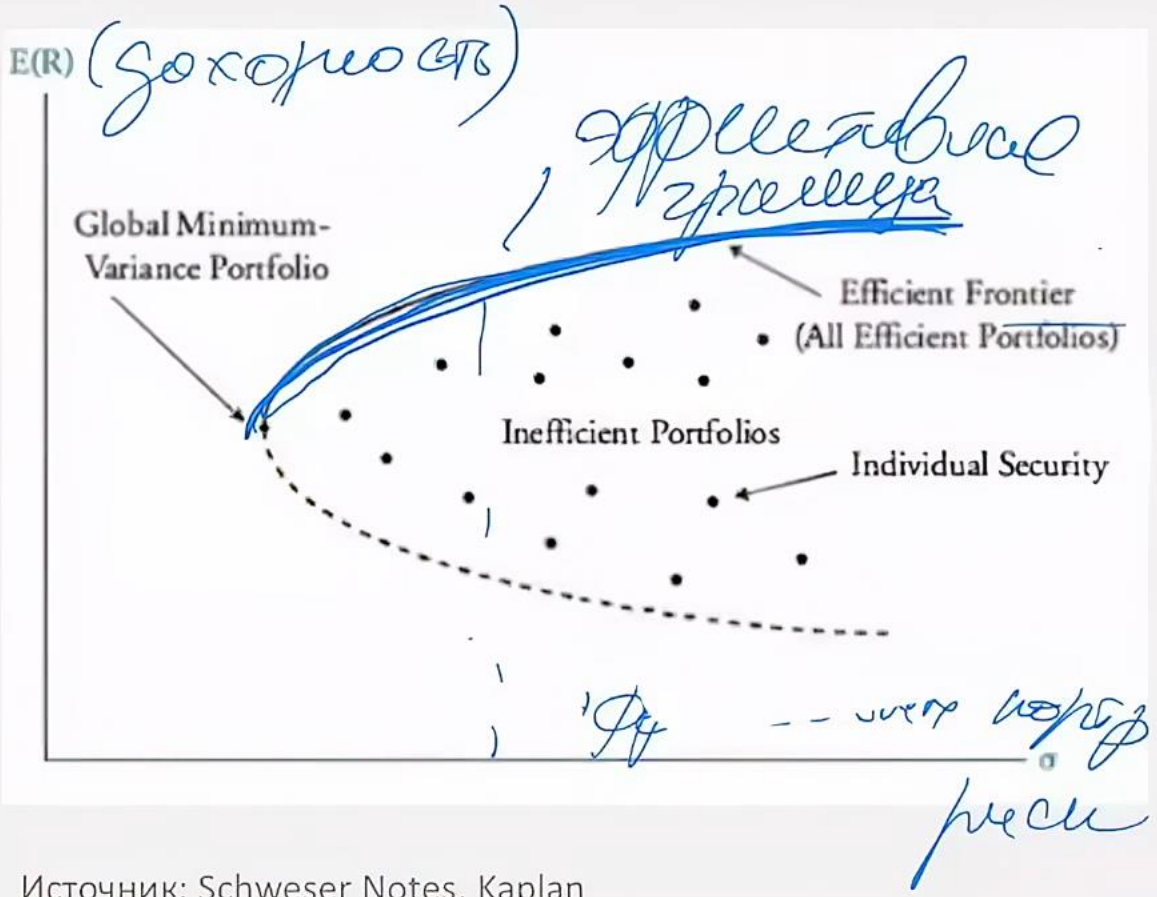
Источник: Schweser Notes, Kaplan

Соотношение риска и доходности портфеля с активами с **различной корреляцией**:

Минимальная дисперсия и эффективные границы

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Для каждого уровня ожидаемой доходности портфеля мы можем определить портфель с **наименьшим** риском. Эти портфели, которые имеют наименьшее стандартное отклонение среди всех портфелей с заданной ожидаемой доходностью, известны как **портфели с минимальной дисперсией**. Вместе они составляют **границу минимальной дисперсии.**



Источник: Schweser Notes, Kaplan

Минимальная дисперсия и эффективные границы

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Те портфели, которые имеют наибольшую ожидаемую доходность для каждого уровня риска (стандартное отклонение), составляют **эффективную границу**

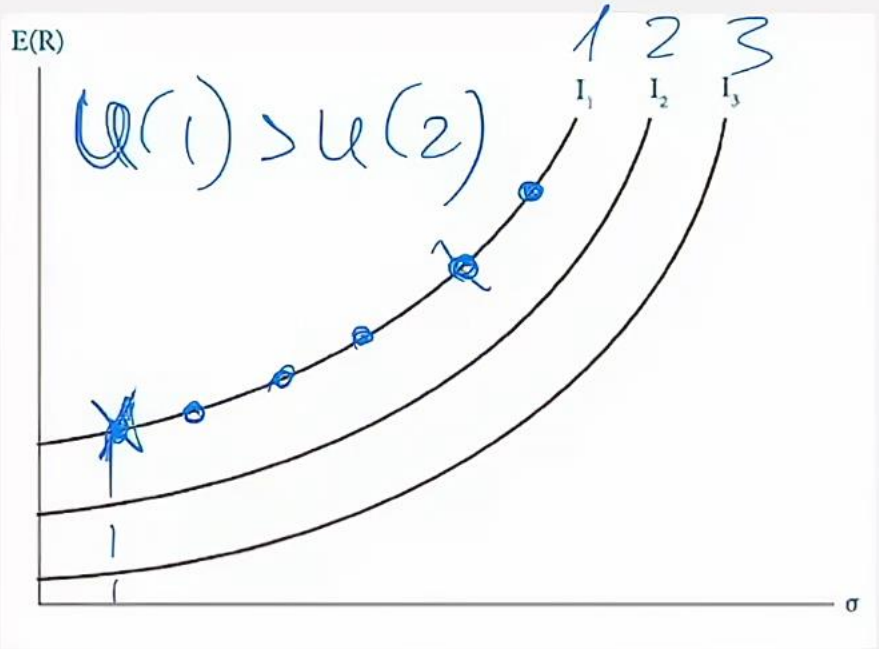
Портфель на эффективной границе, который имеет наименьший риск —**глобальный портфель с минимальной дисперсией**

Выбор оптимального портфеля с учетом полезности инвестора и линии распределения капитала

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Функция полезности инвестора представляет предпочтения инвестора с точки зрения риска и доходности (т.е. степень его неприятия риска)

Кривая безразличия отображает комбинации риска (стандартного отклонения) и ожидаемой доходности, среди которых инвестор безразличен к выбору портфеля



Источник: Schweser Notes, Kaplan

Выбор оптимального портфеля с учетом полезности инвестора и линии распределения капитала (Продолжение)

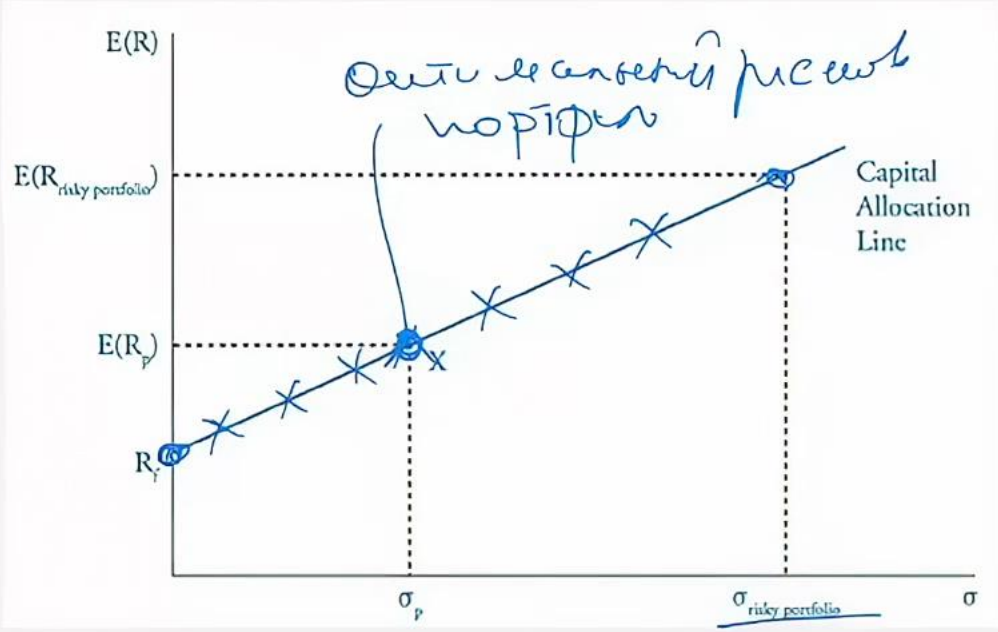
SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Объединение рискованного портфеля с безрисковым активом — это процесс, который поддерживает **теорему разделения взаимных фондов**, которая постулирует, что **оптимальные портфели** всех инвесторов будут состоять из **некоторой комбинации** оптимального портфеля рискованных активов и безрискового актива

Выбор оптимального портфеля с учетом полезности инвестора и линии распределения капитала (Продолжение)

Линия, представляющая возможные комбинации безрисковых активов и оптимального портфеля рискованных активов, называется **линией распределения капитала (CAL)**:

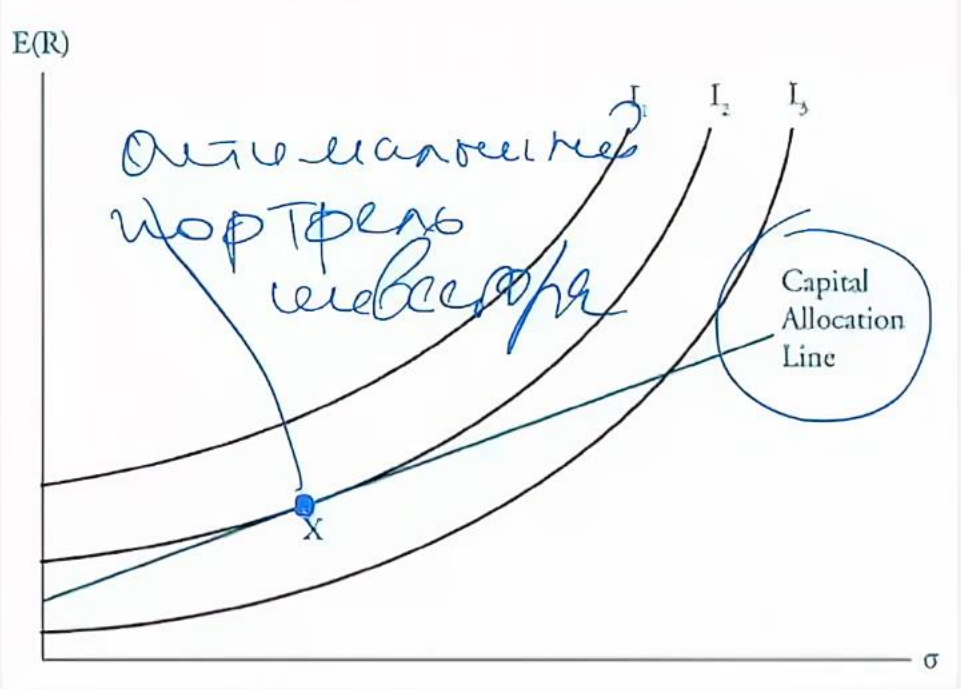
capital allocation line



Источник: Schweser Notes, Kaplan

Выбор оптимального портфеля с учетом полезности инвестора и линии распределения капитала (Продолжение)

Мы можем объединить набор всех **возможных эффективных портфелей** с кривыми безразличия, представляющими индивидуальные предпочтения в отношении риска и доходности, чтобы проиллюстрировать логику выбора оптимального портфеля (т. е. такого, который максимизирует ожидаемую полезность инвестора):

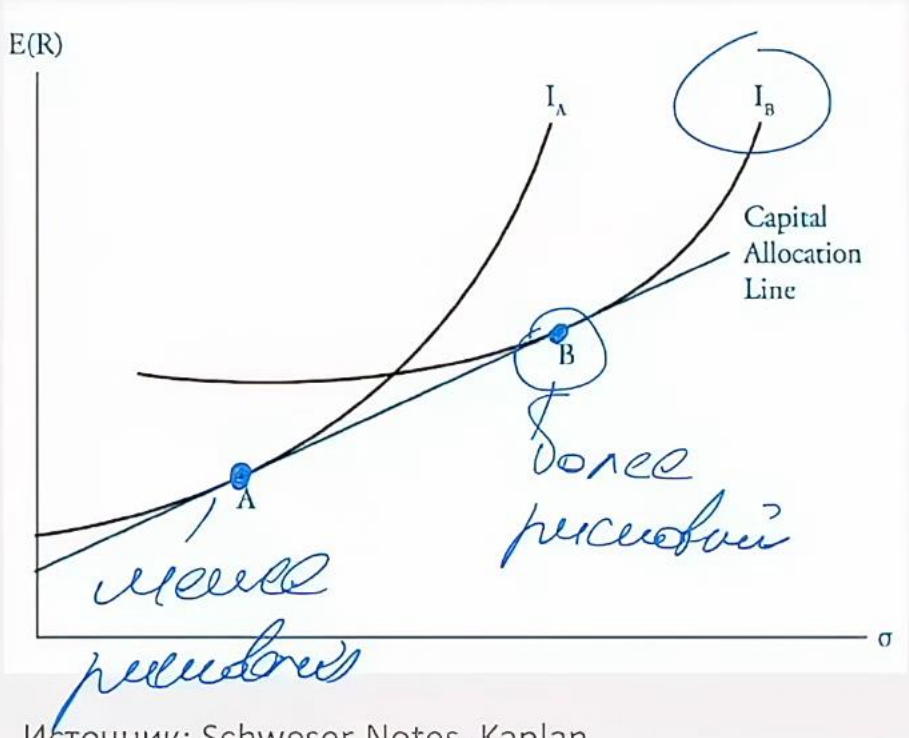


Источник: Schweser Notes, Kaplan

Выбор оптимального портфеля с учетом полезности инвестора и линии распределения капитала (Продолжение)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Инвесторы, **более склонные** к риску (I_B), выберут более рискованные портфели (портфель B), чем инвесторы, менее склонные к риску (I_a):



Источник: Schweser Notes, Kaplan

Линия рынка капитала

Capital market line

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

В предположении однородных ожиданий этой оптимальной линией распределения капитала для всех инвесторов будет **линия рынка капитала (CML)**. Уравнение этой линии имеет следующий вид:

$$E(R_p) = R_f + \left(\frac{R_m - R_f}{\sigma_m}\right)\sigma_p = R_f + (R_m - R_f)\frac{\sigma_p}{\sigma_m}$$

R_m – рыночная доходность

R_F – безрисковая доходность

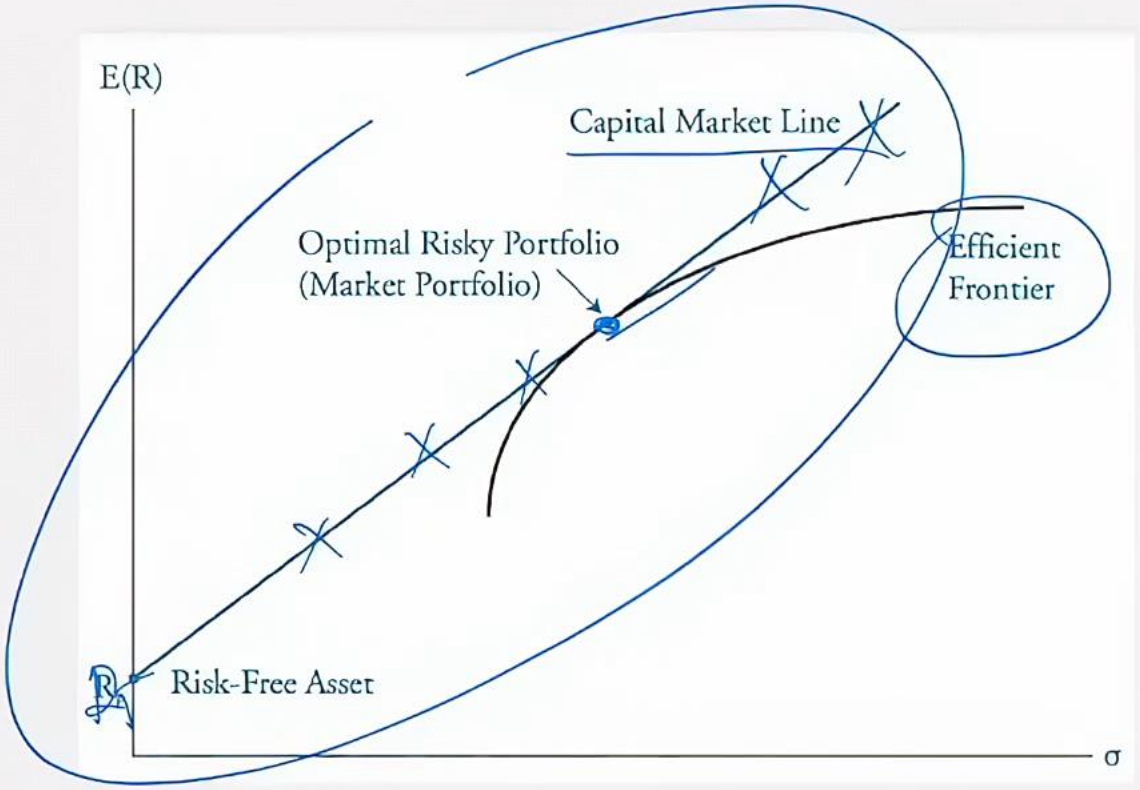
σ_m – риск рыночного портфеля

Коэффициент Шарпа рыночного портфеля

Линия рынка капитала (Продолжение)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Инвестор может рассчитывать на получение одной единицы **премии за рыночный риск** в качестве дополнительного дохода за каждую единицу рыночного риска:



Источник: Schweser Notes, Kaplan

Пример 2 - Портфельный риск и доходность при заимствовании и кредитовании

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

$R_F = 5\%$, $R_m = 11\%$
$\sigma_m = 20\%$

Известно, что безрисковая ставка Rf равна 5%, ожидаемая рыночная доходность $E(R_M)$ составляет 11%, и что стандартное отклонение доходности рыночного портфеля σm составляет 20%

Рассчитайте ожидаемую доходность и стандартное отклонение доходности для портфелей, 25%, 75% и 125% инвестиций в рыночный портфель

1. $w_m = 25\%$ $R_p = 0.75 \times 5\% + 0.25 \times 11\% = 3.75\% + 2.75 = 6.50\%$
$\sigma_p = w_m \times \sigma_m = 0.25 \times 20\% = 5\%$

2. $w_m = 75\%$ $R_p = 0.25 \times 5\% + 0.75 \times 11\% = 1.25\% + 8.25\% = 5.5\%$
$\sigma_p = 0.75 \times 20\% = 15\%$

3. $w_m = 125\%$ $R_p = 1.25 \times 11\% - 0.25 \times 5\% = 13.75 - 1.25 = 12.5\%$
$\Rightarrow \sigma_p = 1.25 \times 20\% = 25\%$

Систематический и несистематический риск

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Когда инвестор диверсифицирует свои активы, которые не идеально коррелируют между собой, риск портфеля меньше, чем средневзвешенное значение рисков отдельных ценных бумаг в портфеле

$$\sigma_p < w_1\sigma_1 + w_2\sigma_2 + w_3\sigma_3$$

Риск, который устраняется путем диверсификации, называется **несистематическим риском**

Остающийся риск не может быть диверсифицирован и называется **систематическим риском** (также называемым недиверсифицируемым риском или рыночным риском)

Общий риск = систематический риск + несистематический риск

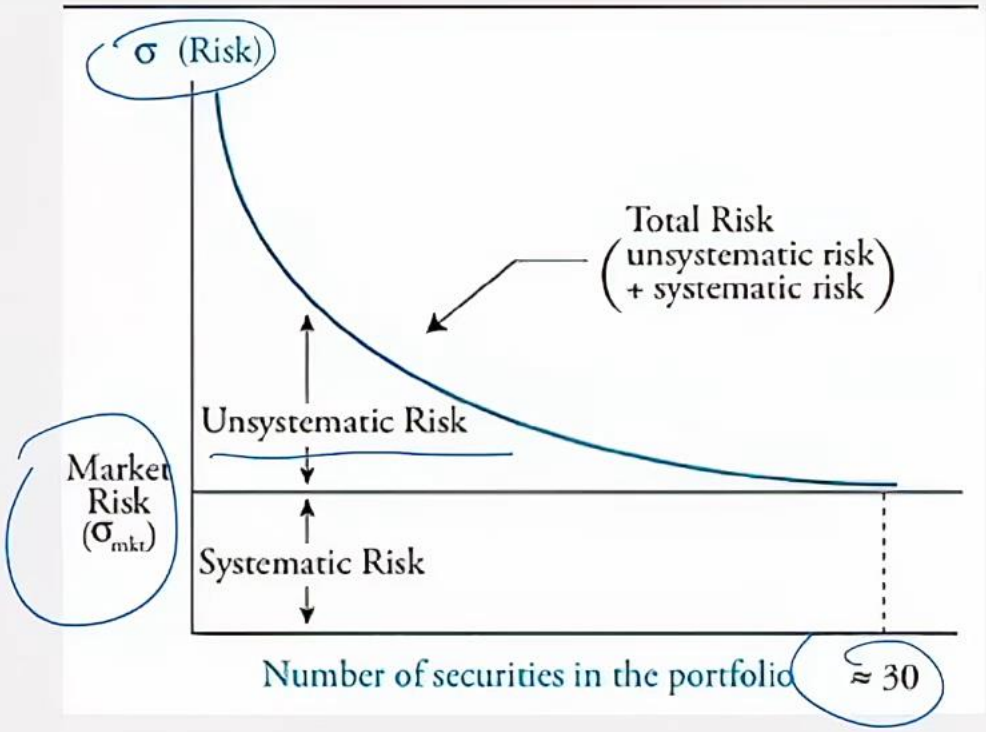
Систематический и несистематический риск

(Продолжение)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Академические исследования показали, что по мере увеличения количества акций в портфеле **риск портфеля падает до уровня рыночного риска**

Одно исследование показало, что для достижения 90% максимально возможной диверсификации в портфеле достаточно всего **12–18** акций. Другое исследование показало, что потребовалось **30** ценных бумаг!



Источник: Schweser Notes, Kaplan

Модели прогнозирований доходности инвестиций

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Модели генерации прибыли используются для оценки ожидаемой доходности по рискованным ценным бумагам на основе конкретных факторов

В многофакторных моделях чаще всего используются макроэкономические факторы, такие как рост ВВП, инфляция или доверие потребителей, а также фундаментальные факторы, такие как: доходы, рост доходов, размер компаний и расходы на исследования

Общий вид многофакторной модели:

$$E(R_i) - R_f = \beta_{i,1} x\, E(\text{Factor 1}) + \beta_{i,2} x\, E(\text{Factor 2}) + \ldots + \beta_{i,k} x\, E(\text{Factor k})$$

Где:

β я - факторная чувствительность или факторная нагрузка

E (коэффициент i) - ожидаемое значение i-го фактора

Модели прогнозирований доходности инвестиций (Продолжение)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Одной из часто используемых многофакторных моделей является модель **Фамы и Френча**. Они оценили чувствительность доходности ценных бумаг к **трем факторам**: размеру компании, соотношению балансовой стоимости компании к рыночной стоимости и доходности рыночного портфеля за вычетом безрисковой ставки (избыточная доходность рыночного портфеля) 1. Капитализация 2 B/P 3. Rm

Кархарт предлагает четвертый фактор, который измеряет динамику цен (индекс относительной силы), используя доходность предыдущего периода. Вместе эти четыре фактора относительно хорошо объясняют разницу в доходности долевых ценных бумаг США за период, для которого оценивалась модель

Расчет коэффициента бета

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Чувствительность доходности актива к доходности индекса ценных бумаг (индекса рынка) в контексте рыночной модели называется его **коэффициентом бета**. Бета может быть рассчитана следующим образом:

$$\beta_i = \frac{Cov_{im}}{\sigma_m^2} = \frac{\rho_{im}\sigma_i\sigma_m}{\sigma_m^2} = \rho_{im}\frac{\sigma_i}{\sigma_m}$$

Субтитры

Пример 3 - Расчет коэффициента бета

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Стандартное отклонение доходности рыночного индекса оценивается в 20% $\sigma_m = 20\%$

1. Если стандартное отклонение актива А составляет 30%, а корреляция его доходности с рыночным индексом равна 0,8, какова бета-версия актива А?

$$\beta = \rho \times \frac{\sigma_A}{\sigma_m} = 0.8 \times \frac{30\%}{20\%} = 1.2$$

2. Если ковариация доходности актива А с доходностью рыночного индекса равна 0,048, какова бета актива А?

$$\beta = \frac{Cov(R_i; R_m)}{\sigma_m^2} = \frac{0.048}{(0.2)^2} = 1.2$$

Модель оценки капитальных активов (CAPM)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Линия, иллюстрирующая взаимосвязь между риском и доходностью для отдельных активов с использованием Cov i,mkr , называется **линией рынка ценных бумаг (SML)**.

Уравнение линии рынка ценных бумаг:

$$E(R_i) = R_f + \frac{Cov_{i,mkt}}{\sigma_{mkt}^2}[E(R_{mkt}) - R_f] =$$

$$= R_f + \beta_i[E(R_{mkt}) - R_f]$$ (модель CAPM)

Предположения модели оценки капитальных активов (CAPM)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

- **Минимизация риска**. Чтобы принять большую степень риска, инвесторам требуется более высокая ожидаемая доходность

- **Инвесторы, максимизирующие полезность**. Инвесторы выбирают портфель с такой комбинацией риска и доходности, которая максимизирует их (ожидаемую) полезность

- **Безбарьерные рынки**. Нет никаких налогов, транзакционных издержек или других препятствий для торговли

Предположения модели оценки капитальных активов (CAPM) (Продолжение)

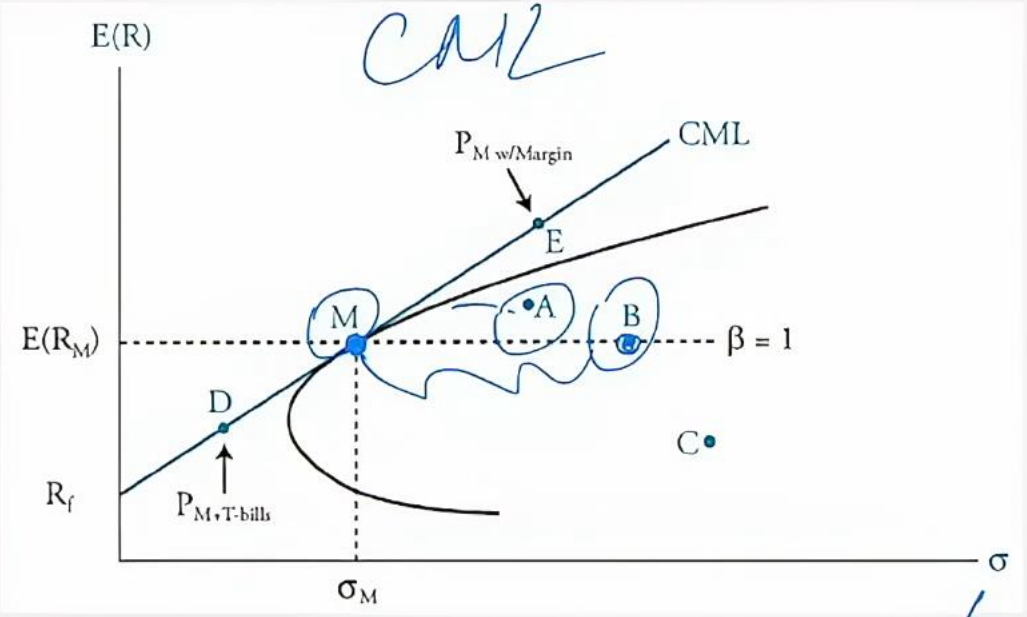
SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

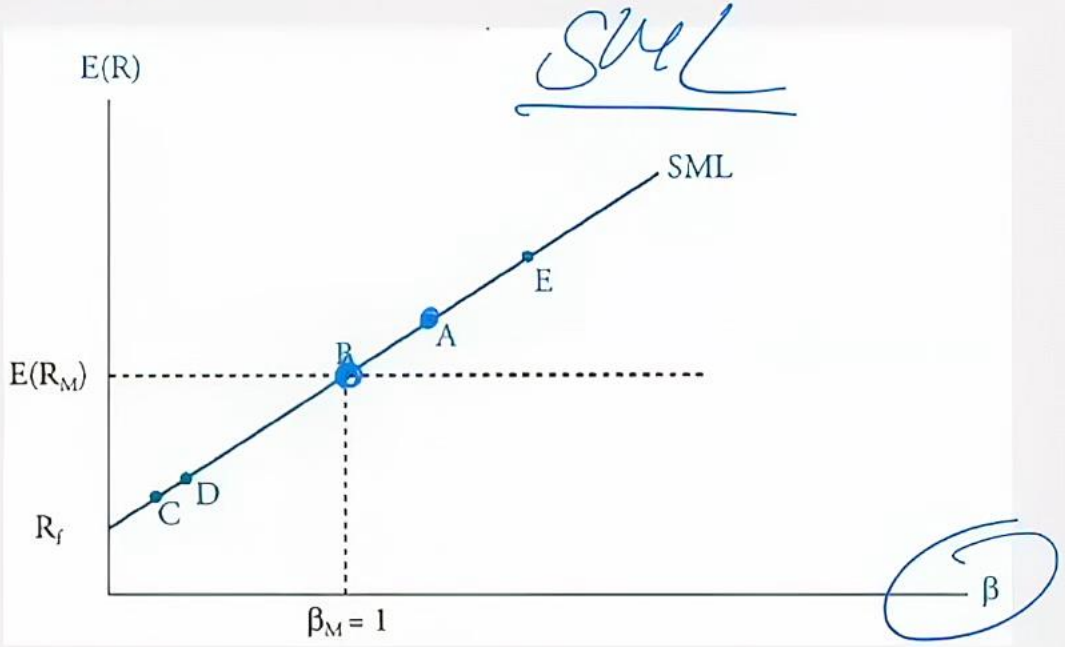
- **Однородный инвестиционный горизонт**. Все инвесторы имеют одинаковый временной горизонт
- **Однородные ожидания**. Все инвесторы имеют одинаковые ожидания относительно ожидаемой доходности активов, стандартных отклонений доходности и корреляции доходности между активами
- **Делимые активы**. Все инвестиции бесконечно делимы
- **Конкурентные рынки**. Инвесторы принимают рыночную цену как данность, и ни один инвестор не может влиять на цены своими сделками

Сравнение CML и SML

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Линия рынка капитала и Линия рынка ценных бумаг:





Источник: Schweser Notes, Kaplan

общий риск

систематический

Пример 4 – Расчет доходности по модели CAPM

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Ожидаемая доходность по рынку составляет 15%, безрисковая ставка — 8%, а бета для акции А — 1,2. Рассчитайте ожидаемую (требуемую) норму доходности от этой акции

$$E(R_p) = R_F + \beta \times (R_m - R_F) =$$

$$= 8\% + 1.2 \times (15\% - 8\%) = 16.4\%$$

Пример 5 – Расчет доходности по модели CAPM

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Ожидаемая доходность рынка составляет 15%, безрисковая ставка — 8%, а бета для акции В — 0,8. Рассчитайте ожидаемую (требуемую) норму доходности от этой акции

$$E(R_p) = R_F + \beta \times (R_m - R_F) =$$

$$= 8\% + 0.8 \times (15\% - 8\%) = 13.6\%$$

$R_m = 15\%$

$\beta > 1 \Rightarrow E(R_p) > R_m$

$\beta < 1 \Rightarrow E(R_p) < R_m$

$\beta = 1 \quad E(R_p) = R_m$

Пример 6 – Использование коэффициента бета для оценки требуемой доходности

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

WACC = 8.72%

Структура капитала компании Полекс состоит из 40% заемного капитала и 60% собственного капитала. Ожидаемая доходность по рынку составляет 12%, безрисковая ставка — 4%

ставка WACC

Какую ставку дисконтирования должен использовать аналитик для расчета чистой приведенной стоимости проекта с коэффициентом бета собственного капитала 0,9, если стоимость долга фирмы после уплаты налогов составляет 5%?

$$K_e = R_F + \beta \times (R_m - R_F) \quad \text{CAPM}$$

$$K_e = 4\% + 0.9 \times (12\% - 4\%) = 11.2\%$$

$$WACC = w_e K_e + w_d K_d = 0.6 \times 11.2\% + 0.4 \times 5\% = 6.72 + 2\% = 8.72\%$$

Пример 6 – Решение

Пример 7 – Выявление неправильно оцененных ценных бумаг

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

В таблице ниже представлена информация, основанная на прогнозах аналитиков по трем акциям. Предположим, что безрисковая ставка равна 7%, а рыночная доходность равна 15%. Рассчитайте ожидаемую и требуемую доходность по каждой акции, определите, является ли каждая акция недооцененной, переоцененной или правильно оцененной, и порекомендуйте соответствующую торговую стратегию

	Цена акции	Ожидаемая цена	E(Дивиденд)	Бета
A	25	27	1,00	1,0
Б	40	45	2,00	0,8
C	15	17	0,50	1 ,2

Пример 7 – Решение

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Показатели доходности с поправкой на риск

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Когда мы оцениваем эффективность рискового портфеля, нам необходимо скорректировать доходность портфеля с учетом его риска. **Меры доходности**:

Коэффициент Шарпа = $\dfrac{(R_p - R_f)}{\sigma_p}$

Выбираем портфель

М-квадрат (М2) дает такое же ранжирование портфеля, что и коэффициент Шарпа, но выражается в процентах:

модифицированный Шарпа

М2

$$M^2 = (R_p - R_f)\frac{\sigma_m}{\sigma_p} + (R_m - R_f)$$

Показатели доходности с поправкой на риск

(Продолжение)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Figure 10: Sharpe Ratios as Slopes

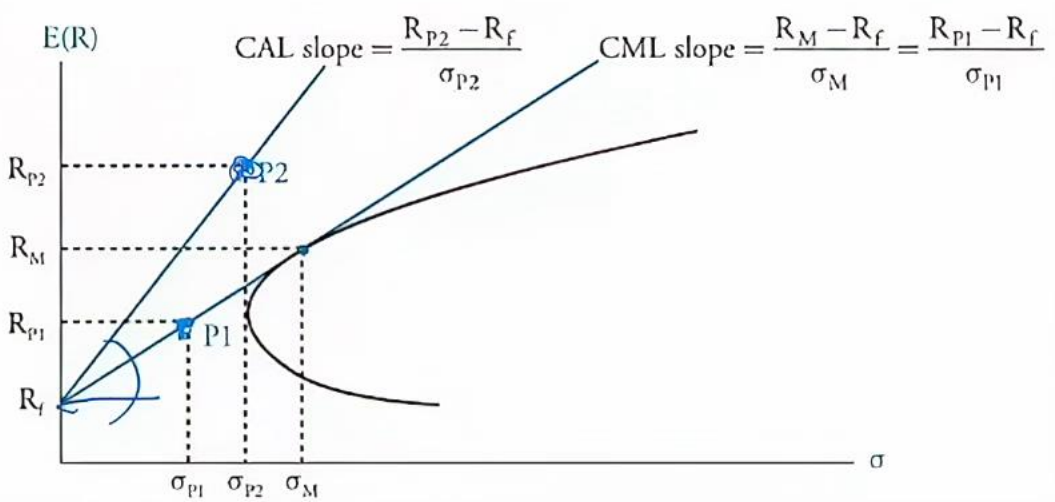
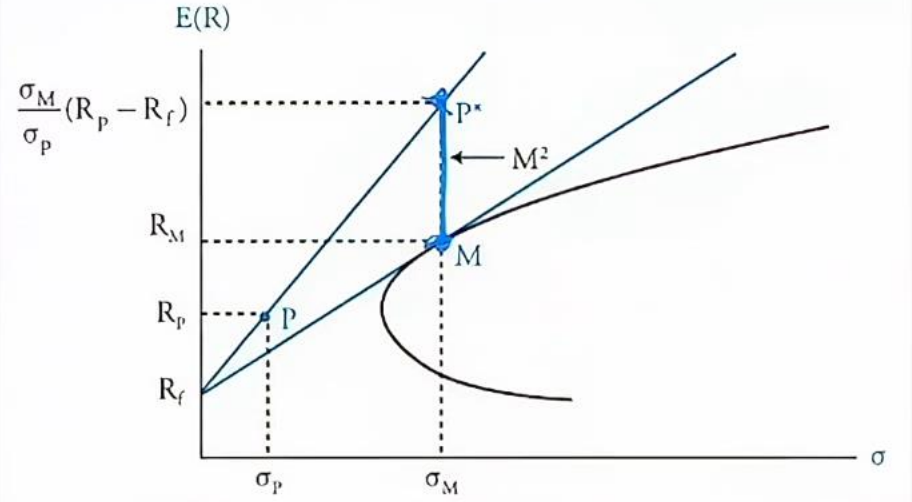


Figure 11: M-squared for a Portfolio



Источник: Schweser Notes, Kaplan

Показатели доходности с поправкой на риск

(Продолжение)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Коэффициент Трейнора — это избыточная доходность на единицу систематического риска

$$\text{Treynor} = \frac{(R_p - R_f)}{\beta_p}$$

Коэффициент Альфа Дженсена процентная доходность портфеля выше доходности портфеля с той же бета-коэффициентом, что и портфель, лежащий на линии рынка ценных бумаг (SML)

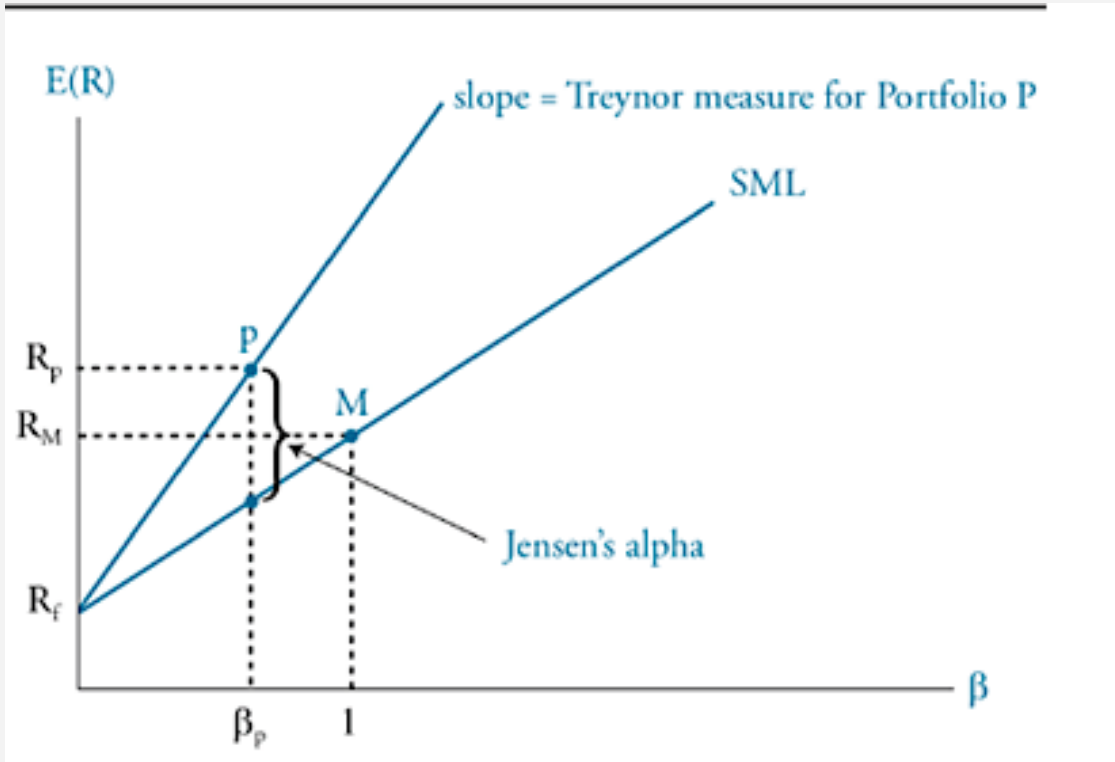
$$\alpha_p = R_P - [R_f + \beta_p (R_M - R_f)]$$

= ожидаемая доходность − требуемая доходность (CAPM)

Если > 0 — недооценка

Показатели доходности с поправкой на риск

(Продолжение)



Источник: Schweser Notes, Kaplan

Выводы из урока

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

- Рассмотрели базовые принципы теории портфельных инвестиции
- Обсудили, как диверсификация позволяет снизить риски инвестиционного портфеля без снижения его доходности
- Обсудили модели прогнозирования доходности, в том числе модель оценки капитальных активом (CAPM)
- Рассмотрели концепции соотношения риска и доходности, обсудили, как и почему эти концепции связаны между собой

Контакты



sf.education

https://t.me/sf_education

sf_education

https://seekingalpha.com/author/societe-financiers

https://vk.com/sfeducation

https://www.facebook.com/sfeducationru

https://www.youtube.com/c/SFEducationnew